

Prvi parcijalni iz Matematike 1

Grupa A

1. Odrediti $\left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}i}{2 - 2i}\right)^{2000}$.

2. Diskutovati rješenja sistema za razne vrijednosti parametra $\lambda \in \mathbb{R}$ i naći ta rješenja ukoliko postoje

$$x + ay + a^2z + a^3u = 0$$

$$x + y + z + u = 0$$

$$x + 2y + 4z + 8u = 0$$

$$x + 3y + 9z + 27u = 0$$

3. Date su ravni $\alpha : x - y - 2z = -3$ i $\beta : x - 3y = 1$, prava $p : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Ispitati odnos

pravih p i q . Ako se prave sijeku naći tačku presjeka, a ako su mimoilazne ili paralelne naći udaljenost između pravih.

Grupa B

1. Dokazati matematičkom indukcijom: $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{2 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$

2. Riješiti matricnu jednačinu: $(A + BX)^{-1}A = B$, ako je $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ i $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$.

3. Data je ravan $\alpha : 5x - y - z = 2$ i prava $p : \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$. Naći jednačinu ravni β koja sadrži pravu p i normalna je na ravan α .

Grupa C

1. Četvrti član u razvoju binoma $\left(\left(\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{\log_{x+1}}} + \sqrt[12]{x}\right)^6$ je jednak 200. Odrediti x .

2. Diskutovati rang matrice za razne vrijednosti parametra $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3a \\ 3 & a+4 & 10a \\ 2a & 6a-4 & 7a^2+3a \end{bmatrix}$$

3. Date su ravni $\alpha : x + 2y + 3z + 2 = 0$ i $\beta : x - y - z = 0$ i prave $p : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$ i

$q : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{0}$. Ako je tačka A presjek prave p i ravni α , a tačka B presjek prave q i ravni β , odrediti jednačinu prave određenu tačkama A i B .